



کد اجرا: نامشخص

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۰۱

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۲۸ دقیقه

نام آزمون: آزمون تشریحی آمار و احتمال-مردادماه



پرتو دانش

۱ ثابت کنید هرگاه  $n$  عددی صحیح باشد و  $n^2$  مضرب ۳ باشد. آن گاه  $n$  نیز مضرب ۳ است.

۲ طرف دوم گزاره‌های ترکیبی زیر را بنویسید.

۱)  $\sim (\sim p) \equiv$

۲)  $(p \rightarrow q) \equiv$

۳)  $p \vee (q \wedge r) \equiv$

۴)  $\sim p \wedge (p \rightarrow q) \equiv$

۳ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها را ثابت کنید.

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

۴ از جملات زیر کدام یک گزاره است. ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) خیام پزشک ایرانی است.

ب) افلاطون فیلسوف یونانی است.

پ)  $3 + 5 > 6$

ت)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$

ث)  $\{1\} \in \{1, 2, 3, 4\}$

ج) چه باران شدیدی می‌آید.

د) امید کامیابی شما

ر) آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

۵ جدول زیر را کامل کنید.

گزاره $p$	گزاره $q$	ارزش $p \wedge q$	ارزش $p \Rightarrow q$	ارزش $p \vee q$	ارزش $\sim p$
عدد ۲ زوج است					د
$1 \neq 2$			ن		
$2 \in \{1, 2\}$					ن
عدد ۷ اول است			د		

۶ در گزاره‌نماهای زیر دامنه متغیر گزاره‌نما و مجموعه جواب گزاره‌نما را مشخص کنید.

۱)  $2x^2 - 5x - 3 = 0$

۲) عددی اول است  $p$

۳) شهری صنعتی است  $x$

۷ عبارات زبان فارسی را به زبان ریاضی تبدیل کنید و بالعکس.

الف) برای هر عدد حقیقی  $x$  داریم:  $x^2 + 1 > 0$ .

ب

$\exists x \in \mathbb{N}, x = 2k + 1$

پ

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 5x = 0$

ت بعضی از اعداد زوج، مضرب ۳ هستند.



۸ در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید. به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست شوند.

الف) $-7 \times \square = -7$	ب) $5 + \square \notin \mathbb{Z}$
پ) $\frac{8 \times \square}{4} \in \left\{ 2, \frac{1}{3} \right\}$	ت) $\frac{10 \times 9}{3} \square 5 \times 3$
ث) $\square \times \sqrt{2} = 0$	ج) $1 \square \{1\}$
چ) $5(\square - 3) = 20$	ح) $7(\square - 3) = 35$

۹ درستی یا نادرستی عبارات زیر را معلوم کنید.

الف) گزاره می‌تواند درست یا نادرست باشد.

ب) اگر رحمتی ۴ گل بخورد پرسپولیس قهرمان می‌شود. رحمتی ۴ گل خورده است. پس پرسپولیس قهرمان شده است.

ج) مجموعه جواب یک گزاره‌نما زیرمجموعه‌ای از دامنه متغیر گزاره‌نماست.

د) جملات پرسشی، سری، عاطفی گزاره محسوب می‌شوند.

۱۰ گزاره‌های زیر را با استفاده از نمادهای  $\forall, \exists$  بنویسید و ارزش هر کدام را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است.

ب) برای بعضی از مقادیر  $a$  در مجموعه اعداد حسابی داریم:  $a^2 < 0$

پ) همه عددهای اول فردند.

ت) عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند  $x$  به طوری که  $1 - 2x > 5$

ث) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است.

ج) به ازای بعضی از مقادیر حقیقی داریم:  $x^3 = x$



## پاسخنامه تشریحی

۱) اگر  $n$  مضرب ۳ نباشد پس باقی مانده اش به ۳ یا برابر ۱ است یا ۲.

$$\text{اگر باقی مانده } n \text{ بر } ۳ \text{ برابر } ۱ \text{ باشد. } n = 3k + 1 \rightarrow n^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(\underbrace{3k^2 + 2k}_M) + 1$$

پس در این صورت باقی مانده  $n^2$  هم بر ۳ برابر با ۱ می شود که تناقض است.  
اگر باقی مانده  $n$  بر ۳، ۲ باشد.

$$n = (3k + 2) \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 9k^2 + 12k + 3 + 1 = 3(\underbrace{3k^2 + 4k + 1}_M) + 1$$

که باز هم باقی مانده  $n^2$  بر ۳، ۱ می شود که تناقض است.

پس باید باقی مانده  $n$  بر ۳ صفر باشد یعنی بر ۳ بخش پذیر باشد.

۲)

$$\begin{aligned} ۱) p & \qquad ۲) \sim p \cdot \vee q \\ ۳) (p \vee q) \wedge (p \vee r) & \qquad ۴) \sim p \end{aligned}$$

۳)

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T

۴)

الف) گزاره نادرست

پ) گزاره درست

ث) گزاره نادرست است.

ج) گزاره نادرست (بخش پذیر بر ۳)

خ) گزاره نادرست

ذ) گزاره نیست.

ب) گزاره درست

ت) گزاره نیست (دستوری)

ج) گزاره نیست

ح) گزاره نادرست

$$\text{د) گزاره نادرست } ((5^3)^3 + 2^3)$$

اتحاد جاق و لاغر

ر) گزاره درست.

۵)

گزاره $p$	گزاره $q$	ارزش $p$	ارزش $q$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $p \wedge q$
عدد ۲ زوج است	۳ عددی اول است	د	د	د	د
۴ مربع کامل است	۱ $\neq$ ۲	د	ن	د	ن
$2 \in \{1, 2\}$	$0 \in \mathbb{N}$	د	د	د	د
۵ مرکب است	عدد ۷ اول است	ن	د	د	ن

۶)

$$۱) D = R \quad \text{ح } \left\{ 3, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$25 - 4(2) - (-2) = 49$$

$$x = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$۲) D = Z \quad \text{ح } = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

$$۳) D = \{\dots, \text{سمنان, تهران}\} \quad \text{ح } = \{\text{مجموعه‌ی شهرهای صنعتی}\}$$

۷)

الف)

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$$



ب) برای بعضی مقادیر اعداد طبیعی  $x$  داریم:  $x = 2k + 1$ .

پ) به ازای هر عدد حقیقی  $x$  داریم:  $x^2 + 5x = 0$ .

ت

$$\exists x = 2k, 2k = 3a$$

ب)  $\square = \sqrt{2}$   
 یا هر عدد گنگ دیگر  
 ت)  $\frac{10 \times 9}{3} > 5 \times 3$   
 ج)  $1 \in \{1\}$   
 ح)  $7(\square - 3) = 35$

الف)  $-7 \times \square = -7$

پ)  $\frac{8 \times \square}{4} \in \left\{2, \frac{1}{3}\right\}$

ث)  $\square \times \sqrt{2} = 0$

ج)  $5(\square - 3) = 20$

الف) ص (ب) ص (ج) ص (د) غ

۱۰

الف) درست  $\forall x \in \mathbb{N} \Rightarrow (x \in \underbrace{E}_{\text{مجموعه زوج}}) \vee (x \in \underbrace{O}_{\text{مجموعه فرد}})$

ب) نادرست  $\exists a \in \mathbb{W}; a^2 < 0 \rightarrow$

پ) نادرست (عدد ۲ زوج است)  $\forall x \in P; x \in O \rightarrow$

ت) نادرست  $\exists x \in \mathbb{N}; 1 - 2x > 5 \rightarrow$

ث) نادرست (اگر  $x = -1$ )  $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0; x + \frac{1}{x} \geq 2$

ج) درست  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = x$  ( $x = 1$ )