



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۰۱

کد اجرا: نامشخص



پرتو دانش

زمان برگزاری: ۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون تشریحی-ریاضی و آمار ۲-

مردادماه

۱) اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید:

- ۱)  $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$                       ۲)  $(\sim p \Leftrightarrow q) \vee r$   
 ۳)  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$             ۴)  $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$   
 ۵)  $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$         ۶)  $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$   
 ۷)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$

۲) دلیل نادرستی هر یک از جملات زیر را بیان کنید.

- الف) هر جمله خبری که فقط در حال حاضر، ارزش درستی یا نادرستی آن را بدانیم، یک گزاره است.  
 ب) تنها راه برای بیان نقیض یک گزاره آن است که فعل جمله را نفی کنیم.  
 پ) هر جمله خبری یک گزاره است.  
 ت)  $(n \in \mathbb{N})n^2$  یک عدد زوج است، یک گزاره است.

۳) نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید و سپس ارزش آنها را تعیین کنید.

- الف)  $p : 2 \times 3 = 6$                                       ب)  $q : 2 \in \{3, 4, 5\}$   
 پ)  $r : \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$     ت) نیوتن فیزیک‌دان است:  $S$

۴) جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر ۲ فرد است آنگاه ۸ عددی اول است و برعکس.		
۲	اگر دو عدد فرد باشند، آنگاه مجموع آنها زوج است و برعکس.		
۳	..... اگر و تنها ۱۱۹ عددی مرکب است.	✓	
۴	اگر ..... آنگاه ..... و برعکس.	✓	
۵	یک چهارضلعی مربع است، اگر و تنها آن چهارضلعی لوزی باشد.		
۶	اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد؛ آنگاه داده‌ها با یکدیگر برابرند و برعکس.		

۵) اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان، مشخص کنید:

- ۱)  $(q \Rightarrow p) \wedge r$   
 ۲)  $(p \vee q) \vee r$   
 ۳)  $(p \Rightarrow q) \wedge r$   
 ۴)  $(r \Rightarrow p) \vee q$   
 ۵)  $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$   
 ۶)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$   
 ۷)  $(p \wedge q) \Rightarrow r$



۶ در هریک از حالت‌های زیر نقیض گزاره را بیان کنید؛ سپس، ارزش هریک از گزاره‌های نقیض را مشخص کنید.

الف) عدد ۵ زوج است.

ب) تساوی « $4 = 2 \times 2$ » برقرار است.

پ) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر است.

ت) ارسطو شاگرد افلاطون است.

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار دارد.

ج)  $(5 \times 4) > (3 \times 7)$

۷ کدامیک از جملات زیر گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

الف) شما چند سال دارید؟

ب) عدد ۲ عددی اول است.

پ) عدد  $\sqrt{2}$  عددی گویا است.

ت) افلاطون شاگرد ارسطو هست.

ث)  $2 + 3 \times 4 = 20$

ج) عدد  $(-1)^n$  عددی همواره مثبت است. ( $n \in \mathbb{N}$ )

چ) سیب قرمز از سیب زرد خوشمزه‌تر است.

ح) لطفاً تخته را پاک کن.

۸ عکس نقیض گزاره شرطی زیر را بنویسید.

«اگر به مدرسه بروم آنگاه در درس‌هایم موفق می‌شوم.»

۹ نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) عدد ۲۷۱ اول است.

ب)  $7,1 \times 2,8 = 19,17$

ت)  $2 \neq 5$

ث) عدد ۱۲ زوج است.

۱۰ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف) یک، عدد طبیعی است و دو قطر مستطیل مساوی هستند.

ب) یک، عدد اول است و دو قطر متوازی‌الاضلاع مساوی هستند.

پ) هر مربعی مستطیل است یا  $\sqrt{-2}$  عضو اعداد حقیقی است.

ت) عدد  $\pi$  گویا است یا هر لوزی، مربع است.

پ)  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} < \frac{3}{5}$

ج) عدد ۱۳ گویا است.



## پاسخنامه تشریحی

۱) درست  $p$  نادرست  $q$  دلخواه  $r$

-۱

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge r$$

$p$  درست،  $q$  نادرست پس ترکیب دو شرطی  $(p \Leftrightarrow q)$  نادرست است و در نتیجه  $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$  نادرست است.

-۲

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \vee r$$

$p$  درست و  $\sim p$  نادرست است، یا از طرفی  $q$  نادرست پس  $(\sim p \Leftrightarrow q)$  درست است و لذا ترکیب فصلی یک گزاره درست با هر گزاره دلخواه دارای ارزش درست است.

-۳

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

$p$  درست و  $q$  نادرست است، پس ترکیب دو شرطی  $(p \Leftrightarrow q)$  نادرست است.

$p$  درست و  $q$  نادرست است، پس ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  نادرست و ترکیب دو شرطی  $p \Leftrightarrow q$  نیز نادرست است، پس در نتیجه  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$  درست است (دو طرف هم ارزش‌اند).

-۴

$$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

$p$  درست پس  $\sim p$  نادرست است. ترکیب فصلی دو گزاره نادرست، نادرست است پس  $(\sim p \vee q)$  نادرست است.

$p$  درست و  $q$  نادرست است. پس ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  نادرست و ترکیب عطفی  $(\sim p \vee q)$  نیز نادرست است. در نتیجه  $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$  درست است (دو طرف هم ارزش‌اند).

-۵

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$$

$p$  درست پس  $\sim p$  نادرست است.  $q$  نادرست پس  $\sim q$  درست است پس ترکیب فصلی دو گزاره درست است.

گزاره  $(p \vee q)$  با توجه به درست بودن  $p$ ، درست است و نقیض آن نادرست است یعنی  $\sim(p \vee q)$  نادرست است در نتیجه  $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$  نادرست است (دو طرف هم ارزش‌اند).  
نیستند.

-۶

$$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$$

$p$  درست و  $q$  نادرست است، پس  $p \wedge q$  نادرست است.

$r$  دلخواه است پس ارزش  $p \Leftrightarrow r$  بستگی به گزاره  $r$  دارد در نتیجه ارزش گزاره  $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$  بستگی به ارزش گزاره  $r$  دارد.

-۷

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$$

$p$  درست و  $q$  نادرست است، پس  $p \wedge q$  نادرست است.

$p$  درست و  $q$  نادرست است، پس  $p \vee q$  درست است.

در نتیجه  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$  نادرست است. (دو طرف هم ارزش نیستند).

۲) الف) ممکن است ارزش درستی یا نادرستی یک گزاره در آینده مشخص شود و در حال حاضر برای ما معلوم نباشد.

ب) ممکن است برای بیان نقیض یک گزاره مفهوم گزاره را تغییر دهیم مثلاً:

$$\text{عدد } a \text{ فرد است } : \sim p \rightarrow \text{عدد } a \text{ زوج است } : p$$

پ) یکی از شروط، گزاره، خبری بودن جمله است و شرط دیگر قطعی بودن درستی یا نادرستی آن است. (خبری بودن جمله شرط لازم است نه کافی)، «سیب میوه‌ای لذیذ است»، جمله‌ای خبری است، اما گزاره نیست.

ت) گزاره است که باتوجه به مقدار  $n$  ارزش گزاره مشخص می‌شود.

۳) الف) نادرست است.  $2 \times 3 \neq 6$  پس  $\sim p$

ب) درست است.  $2 \notin \{3, 4, 5\}$  پس  $\sim q$

پ) نادرست است.  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$  یا  $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{3}$  پس  $\sim r$

ت) نادرست است. این چنین نیست که نیوتن فیزیک‌دان است :  $\sim S$  یا نیوتن فیزیک‌دان نیست :  $\sim \sim S$

۴



ردیف	گزاره	درست	نادرست	توضیحات
۱	اگر ۲ فرد ست آنگاه ۸ عددی اول است و برعکس.	✓		$د \equiv ن \Leftrightarrow ن$
۲	اگر دو عدد فرد باشند، آنگاه مجموع آنها زوج است و برعکس.		✓	
۳	۹۱ عددی مرکب است، اگر و تنها اگر ۱۱۹ عددی مرکب است.	✓		$د \equiv د \Leftrightarrow د$
۴	اگر ۲ زوج باشد، آنگاه ۵ زوج است و برعکس.		✓	$ن \equiv ن \Leftrightarrow د$
۵	یک چهارضلعی مربع است، اگر و تنها اگر آن چهارضلعی لوزی باشد.		✓	
۶	اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد؛ آنگاه داده‌ها با یکدیگر برابرند و برعکس.	✓		

ترکیب دو شرطی  $q \Leftrightarrow p$  زمانی درست است که  $p$  و  $q$  هم‌ارزش باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست) در غیر این صورت ترکیب دو شرطی نادرست است. در ردیف دوم، مجموع دو عدد فرد همواره زوج است اکا برعکس گزاره یعنی از مجموع دو عدد زوج باشد نمی‌توان نتیجه گرفت که دو عدد لزوماً فرد هستند. در ردیف ششم طبق مطالب گفته در کتاب دهم فصل ۳ درس ۳ همواره گزاره دو شرطی درست است.

۵ درست  $p$        $q$  نادرست       $r$  دلخواه

-۱

$$(q \Rightarrow p) \wedge r$$

ارزش گزاره  $q \Rightarrow p$  به انتهای مقدم درست پس ارزش گزاره  $(q \Rightarrow p) \wedge r$  به ارزش گزاره  $r$  بستگی دارد.

-۲

$$(p \vee q) \vee r$$

چون  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  نادرست در نتیجه ترکیب فصلی  $(p \vee q)$  درست است و در نتیجه گزاره  $(p \vee q) \vee r$  درست است.

-۳

$$(p \Rightarrow q) \wedge r$$

$p$  درست و  $q$  نادرست است، پس ترکیب شرطی  $(p \Rightarrow q)$  نادرست و در نتیجه  $(p \Rightarrow q) \wedge r$  با توجه به نادرست بودن  $p \Rightarrow q$  نادرست است.

-۴

$$(r \Rightarrow p) \vee q$$

چون  $p$  گزاره‌ای درست است در نتیجه  $(r \Rightarrow p)$  نیز درست است، پس گزاره  $(r \Rightarrow p) \vee q$  نیز درست است.

-۵

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$$

گزاره  $p \Rightarrow r$  با توجه به درست بودن گزاره‌ای درست است و چون  $q$  نادرست است، گزاره  $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$  نادرست است.

-۶

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$$

$p$  درست و  $q$  نادرست در نتیجه ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  نادرست است و در نتیجه گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  به انتهای مقدم درست است.

-۷

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

$q$  نادرست در نتیجه  $(p \wedge q)$  نادرست است و گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  به انتهای مقدم درست است.

۶ الف) عدد ۵ زوج نیست. و دارای ارزش درست است.

ب) تساوی  $۲ \times ۲ = ۴$ ، برقرار نیست. دارای ارزش نادرست است.

پ) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر نیست. دارای ارزش گزاره نادرست است.

ت) ارسطو شاگرد افلاطون نیست. دارای ارزش نادرست است.

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار ندارد. دارای ارزش نادرست است.

ج)  $(۳ \times ۷) \times (۵ \times ۴) \leq (۳ \times ۷) \times (۵ \times ۴)$  دارای ارزش درست است.

۷ الف) گزاره نیست. جملات سوالی گزاره نیستند.

ب) گزاره است. ارزش گزاره درست است.

پ) گزاره است. ارزش گزاره نادرست است  $\sqrt{۲}$  عددی گنگ است.

ت) گزاره است. ارزش گزاره نادرست است زیرا ارسطو شاگرد افلاطون بوده است.

ث) گزاره است. ارزش گزاره نادرست است. زیرا:



$$2 + 3 \times 4 = 14$$

(ج) گزاره است. ارزش گزاره نادرست است.

$(-1)^n$  برای  $n$  های زوج برابر ۱ و برای  $n$  های فرد برابر  $-1$  است.

(چ) گزاره نیست. جمله های خبری که نتوانیم ارزش آنها را تعیین کنیم گزاره نیستند.

(ح) گزاره نیست. جملات امری گزاره نیستند.

۸) عکس نقیض گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $p \Rightarrow \sim q$  است. در این صورت عکس نقیض گزاره شرطی به صورت زیر خواهد بود:  
اگر در درس هایم موفق نشده ام آنگاه به مدرسه نرفته ام.

۹) الف) (عدد ۲۷۱ اول نیست.) یا (چنین نیست که عدد ۲۷۱ اول است.)  
ب)  $7,1 \times 2,8 \neq 19,17$

پ)  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \geq \frac{3}{5}$  یا  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} < \frac{3}{5}$   
ت)  $2 = 5$

ث) (عدد ۱۲ فرد است.) یا (چنین نیست که عدد ۱۲ زوج باشد.)  
ج) (عدد ۱۳ گویا نیست.) یا (عدد ۱۳ گنگ است.)

۱۰) الف) هر دو گزاره ساده در ترکیب عطفی درست است؛ پس ترکیب دارای ارزش درست است.

ب) یک، عدد اول است نادرست است؛ پس ترکیب عطفی دارای ارزش نادرست است.

پ)  $\sqrt{-2}$  نامعین است پس عضو اعداد حقیقی نیست اما چون گزاره هر مربعی، مستطیل است، درست می باشد؛ ترکیب فصلی دارای ارزش درست است.

ت) هر دو گزاره نادرست هستند؛ پس ترکیب فصلی دارای ارزش نادرست است.