



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۰۱

کد اجرا: نامشخص



پرتو دانش

زمان برگزاری: ۴۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون تستی یازدهم تجربی-مردادماه

۱ کدام یک صحیح است؟

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z}$ (۴)

$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{N}$ (۳)

$\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$ (۲)

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$ (۱)

۲ اگر $A = [-1, 2]$ و $B = (0, 3]$ ، آنگاه کدام مجموعه زیر، بازه $(2, 3]$ است؟

$A - B$ (۴)

$B \cap A$ (۳)

$B - A$ (۲)

$A \cup B$ (۱)

۳ چه تعداد از موارد زیر، بیانگر مجموعه‌ای متناهی هستند؟

الف) همه کتاب‌های کتاب فروشی‌های خیابان انقلاب

ب) همه نوزادانی که در سال ۱۳۹۶ متولد شده‌اند.

پ) همه اعداد گنگ در بازه $(2, 4)$

ت) همه مولکول‌های موجود در سر یک سوزن

ج) همه انسان‌های روی زمین

د) $\{x \in \mathbb{W} \mid x \in (-\infty, 10^6)\}$

ه) تعداد نقاط روی محیط یک دایره

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۴ اگر $n(A - B) = 2$ ، $n(B - A) = 8$ و $n(B) = 3n(A)$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

۵ یک باشگاه ورزشی ۴۳ عضو دارد. از میان این اعضا، ۲۳ نفر در تمرین فوتبال و ۲۷ نفر در تمرین فوتسال حضور می‌یابند. اگر ۱۶ نفر در هر دو

تمرین حضور داشته باشند، چند نفر در هیچ تمرینی شرکت نمی‌کنند؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۶ در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



۱۱۷ (۱)



۱۲۰ (۲)



۱۲۳ (۳)



۱۲۵ (۴)

۷ در یک الگوی خطی، جمله هفتم ۳۱ و جمله دهم $\frac{8}{5}$ جمله پنجم است. جمله بیستم این الگو کدام است؟

۷۱ (۴)

۶۹ (۳)

۷۰ (۲)

۶۷ (۱)

۸ در یک دنباله عددی، جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{6}{5}$ (۱)

۹ اگر در یک دنباله حسابی، جمله ششم ۳ و جمله دهم آن باشد، جمله پنجم این دنباله برابر صفر است؟

هفتم (۴)

پنجم (۳)

چهارم (۲)

سوم (۱)



۱۰ عدد $2 - \sqrt{15}$ بین دو عدد صحیح متوالی قرار دارد. مجموع این دو عدد صحیح کدام است؟

- ① -۱ ② -۳ ③ ۱ ④ -۵

۱۱ حاصل عبارت $(2 - \sqrt{3})^{-1} + \frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}}$ ، کدام است؟

- ① $1 + 2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $1 + \sqrt{3}$ ④ ۱

۱۲ اگر $x + y = 5$ و $xy = 6$ باشد، آنگاه حاصل $x^4 + y^4$ کدام است؟

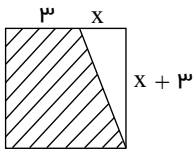
- ① ۹۹ ② ۹۸ ③ ۹۷ ④ ۹۶

۱۳ مجموع ضرایب معادله درجه دومی صفر است؛ یکی از جواب‌های معادله کدام است؟

- ① -۱ ② صفر ③ $\frac{1}{2}$ ④ ۱

۱۴ اگر معادله درجه دوم $(2m + 1)x^2 + (m + 2)x + 1 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، این ریشه کدام می‌تواند باشد؟

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$



۱۵ در مربع زیر، اگر مساحت قسمت هاشورخورده 20 باشد، x کدام است؟

- ① ۲ ② ۵ ③ ۳ ④ ۴

۱۶ زمین مستطیلی شکلی که از یک طرف به رودخانه محدود است را با طنابی به طول 88 متر محصور کرده‌ایم. حداکثر مساحت این زمین کدام است؟

- ① ۹۵۸ ② ۹۶۸ ③ ۹۷۸ ④ ۹۸۸

۱۷ به ازای کدام مقدار m ، نمودار تابع با ضابطه $y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2$ بالای محور x ها و بر آن مماس است؟

- ① -۳ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ ۳

۱۸ کدام گزینه نمایش صحیحی از تعیین علامت عبارت $y = 3x^2 - 2x + 1$ است؟

- ① $\begin{array}{c|ccc} x & & -2 & 3 \\ y & + & - & + \end{array}$ ② $\begin{array}{c|ccc} x & -1 & -\frac{2}{3} & \\ y & + & - & + \end{array}$ ③ $\begin{array}{c|ccc} x & & & \\ y & + & & \end{array}$ ④ $\begin{array}{c|ccc} x & & & \\ y & - & & \end{array}$

۱۹ مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x - 3}{x + 1} < 1$ ، به کدام صورت است؟

- ① $\mathbb{R} - [-6, 4]$ ② $\mathbb{R} - [-4, 6]$ ③ $x > 4$ ④ $x < -6$

۲۰ مجموعه جواب نامعادله $2 \leq \left| \frac{|x - 1|}{3} + 1 \right|$ کدام است؟

- ① $[-4, 2]$ ② $(-\infty, 4]$ ③ $[-2, 4]$ ④ $[-10, 4]$

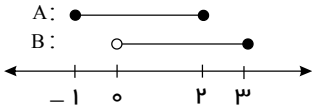


پاسخنامه تشریحی

مجموعه اعداد طبیعی، زیرمجموعه‌ای از اعداد صحیح و مجموعه اعداد صحیح زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی است.

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۱
۱ ۲ ۳ ۴ ۲

بازه‌ها را روی محور نمایش می‌دهیم و گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



- ۱) $A \cup B = [-1, 3]$
۲) $B - A = (2, 3]$
۳) $B \cap A = (0, 2]$
۴) $A - B = [-1, 0]$

بررسی موارد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

الف) همه کتاب‌های کتاب فروشی‌های خیابان انقلاب: منتهای

ب) همه نوزادانی که در سال ۱۳۹۶ متولد شده‌اند: منتهای

پ) همه اعداد گنگ در بازه $(2, 4)$: نامتناهی

ت) همه مولکول‌های موجود در سر یک سوزن: منتهای

ج) همه انسان‌های روی کره زمین: منتهای

د) $\{x \in \mathbb{W} | x \in (-\infty, 10^6)\}$: منتهای (دقت کنید از آنجایی که x عددی حسابی است؛ مجموعه به صورت $\{0, 1, \dots, 10^6 - 1\}$ است)

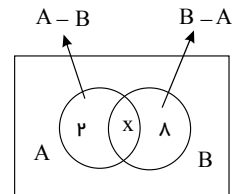
ه) تعداد نقاط روی محیط یک دایره: نامتناهی (دایره از به هم پیوستن نامتناهی نقطه ایجاد می‌شود)

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

نمودار زیر را رسم می‌کنیم و تعداد اعضای $A \cap B$ را x می‌نامیم.

$$\begin{cases} n(A) = 2 + x \\ n(B) = 8 + x \\ n(B) = 3n(A) \end{cases} \Rightarrow 8 + x = 3(2 + x) \Rightarrow 8 + x = 6 + 3x \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3 + 9 - 1 = 11$$



در این مسئله مجموعه مرجع، مجموعه اعضای باشگاه است. $n(U) = 43$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

از طرفی:

$$n(\text{فوتسال} \cup \text{فوتبال}) = n(\text{فوتبال}) + n(\text{فوتسال}) - n(\text{فوتسال} \cap \text{فوتبال}) = 23 + 27 - 16 = 34$$

تعداد شرکت کنندگان هر دو رشته

پس در مجموع ۳۴ نفر در تمرین‌ها شرکت می‌کنند و تعداد افرادی که در هیچ تمرینی حضور ندارند، برابر $43 - 34 = 9$ است.

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

با کمی دقت متوجه می‌شویم که تعداد نقطه‌های هر شکل برابر با $[(n + 0) + (n + 1) + \dots + (n + n - 1)]$ می‌باشد.

۱ : شکل اول ، ۲ + ۳ : شکل دوم ، ۳ + ۴ + ۵ : شکل سوم ، ۴ + ۵ + ۶ + ۷ : شکل چهارم ، ...

پس تعداد نقطه‌ها در شکل نهم می‌شود:

$$9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 117$$

جمله عمومی الگوی خطی را به صورت $c_n = an + b$ در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

جمله هفتم

$$\rightarrow 31 = a \times 7 + b \Rightarrow 7a + b = 31 \quad (1)$$

$$\frac{c_{10}}{c_5} = \frac{a}{5} \Rightarrow \frac{10a + b}{5a + b} = \frac{a}{5} \Rightarrow 50a + 5b = 50a + 5b \Rightarrow 10a = 3b \Rightarrow b = \frac{10}{3}a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} 7a + \frac{10}{3}a = 31 \Rightarrow 21a + 10a = 93 \Rightarrow 31a = 93 \Rightarrow a = 3 \text{ و } b = \frac{10}{3} \times 3 = 10$$



پس جمله عمومی دنباله خطی برابر با $C_n = 3^n + 10$ می‌شود:

$$\Rightarrow C_{70} = 20 \times 3 + 10 = 70$$

روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه:

$$q = \frac{k-m}{m-n} \text{ قدر نسبت دنباله هندسی}$$

بنابراین:

$$q = \frac{11-5}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

روش دوم: فرض کنیم جمله عمومی دنباله حسابی می‌باشد:

$$a_1, a_5, a_{11} \Rightarrow a_5^2 = a_1 \times a_{11}$$

$$\Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d) \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10ad \Rightarrow 16d^2 = 2a_1d$$

$$\Rightarrow a_1 = 8d \Rightarrow q = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{3}{2}$$

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ برقرار است.

$$a_6 = \frac{1}{3}a_{10} \rightarrow a_{10} = 3a_6$$

$$\Rightarrow a_1 + 9d = 3(a_1 + 5d) \Rightarrow a_1 + 9d = 3a_1 + 15d$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 6d = 0 \Rightarrow 2(a_1 + 3d) = 0 \Rightarrow a_1 + 3d = 0 \Rightarrow a_6 = 0$$

1 2 3 4 10

$$9 < 15 < 16 \Rightarrow \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$$

$$\Rightarrow -4 < -\sqrt{15} < -3 \Rightarrow 2 - 4 < 2 - \sqrt{15} < 2 - 3 \Rightarrow -2 < 2 - \sqrt{15} < -1$$

پس عدد $\sqrt{15} - 2$ بین دو عدد صحیح متوالی -1 و -2 قرار دارد که مجموع این دو عدد -3 است.

ابتدا هر دو عبارت را ساده می‌کنیم.

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{16-3} = \frac{13\sqrt{3}-13}{13} = \frac{13(\sqrt{3}-1)}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$\text{پس: } \frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1 + 2+\sqrt{3} = 1+2\sqrt{3}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$(5)^2 = x^2 + y^2 + 2(6)$$

$$25 = x^2 + y^2 + 12$$

$$x^2 + y^2 = 13 \quad (I) \text{ رابطه}$$

با توجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$(I) \rightarrow (x^2 + y^2)^2 = x^4 + y^4 + 2x^2y^2$$

$$(13)^2 = x^4 + y^4 + 2(xy)^2$$

$$169 = x^4 + y^4 + 2(6)^2$$

$$169 = x^4 + y^4 + 2 \times 36$$

$$169 = x^4 + y^4 + 72 \Rightarrow x^4 + y^4 = 97$$

1 2 3 4 13

اگر مجموع ضرایب یک عبارت درجه دوم برابر با صفر باشند، یکی از ریشه‌ها $x = 1$ است.

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x = 1 \text{ یکی از ریشه‌ها:}$$

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow (m+2)^2 - 4(2m+1) \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 8m - 4 = 0 \Rightarrow m(m-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ m = 4 \Rightarrow 9x^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow (3x+1)^2 = 0 \Rightarrow 3x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$S_{\text{مشور}} = S_{\text{کل}} - S_{\text{مکعب}} = ۲۰ \Rightarrow (x+۳)(x+۳) - \frac{1}{۲} \times x \times (x+۳) = ۲۰$$

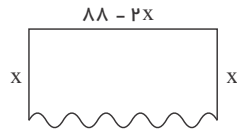
$$\Rightarrow x^2 + 6x + 9 - \frac{1}{۲}x^2 - \frac{۳}{۲}x = ۲۰$$

$$\xrightarrow{\times ۲} 2x^2 + 12x + 18 - x^2 - 3x = 40 \Rightarrow x^2 + 9x + 18 - 40 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x - 22 = 0 \Rightarrow (x+11)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -11 \\ x = 2 \end{cases}$$

چون x برابر با طول ضلع مثلث است، نمی‌تواند منفی باشد؛ پس $x = 2$ را می‌پذیریم.

۱۶ اگر عرض مستطیل را x فرض کنیم، مطابق شکل مساحت مستطیل $x(88 - 2x)$ است. پس سهمی به معادله $y = x(88 - 2x)$ را در نظر می‌گیریم.



$$y = x(88 - 2x) = -2x^2 + 88x$$

عرض نقطه رأس سهمی $(-\frac{\Delta}{4a})$ بیشترین مساحت ممکن است، بنابراین:

$$y_{\text{max}} = \frac{۴ \times (-۲) \times ۰ - ۸۸^2}{۴ \times (-۲)} = \frac{-۸۸^2}{-۸} = \frac{۸۸^2}{۸} = \frac{۸^2 \times 11^2}{۸} = ۸ \times 11^2 = 968$$

۱۷ وقتی نمودار بالای محور x ها و بر آن مماس است یعنی ریشه مضاعف دارد، بنابراین:

$$y = (m-2)x^2 - 3x + m + 2 \geq 0$$

$$\begin{cases} \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 9 - 4(m-2)(m+2) = 0 \\ a \geq 0 \Rightarrow m-2 \geq 0 \Rightarrow m \geq 2 \quad (I) \end{cases}$$

$$9 - 4(m-2)(m+2) = 0 \Rightarrow 9 - 4(m^2 - 4) = 0 \Rightarrow 9 - 4m^2 + 16 = 0$$

$$\Rightarrow -4m^2 + 25 = 0 \Rightarrow -4m^2 = -25 \Rightarrow 4m^2 = 25 \Rightarrow m^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{۲} \\ m = -\frac{5}{۲} \end{cases} \xrightarrow[m \geq 2]{(I)} m = \frac{5}{۲}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$y = 3x^2 - 2x + 1 \rightarrow \Delta = 4 - 4(3)(1) = -8$$

$\Delta < 0 \rightarrow$ همواره مثبت است $\xrightarrow[a > 0]{a=3}$ همواره موافق علامت a

۱۹ هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & 4 & +\infty \\ \hline & + & | & - & + \\ & & \circ & & \circ \end{array} \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4$$

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -6 & -1 & +\infty \\ \hline & - & | & + & - \\ & & \circ & & \circ \end{array} \Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1$$

$$\Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $x > 4$ یا $x < -6$ می‌رسیم که همان $[-6, 4] - \mathbb{R}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{|x-1|}{3} + 1 \leq 2$$

$$\Rightarrow -3 \leq \frac{|x-1|}{3} \leq 1 \Rightarrow -9 \leq |x-1| \leq 3 \Rightarrow |x-1| \leq 3$$

$$\Rightarrow -3 \leq x-1 \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow x \in [-2, 4]$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴