



کد اجرا: نامشخص

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۰۱

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۴۰ دقیقه

نام آزمون: آزمون هندسه ۱ - تستی - مرداد ماه



پرتو دانش

۱ اگر $\frac{2a+3b}{3a+2b} = \frac{5}{6}$ حاصل $\frac{a}{b}$ چقدر است؟

۴ $\frac{8}{3}$

۳ $\frac{3}{8}$

۲ $\frac{4}{3}$

۱ $\frac{3}{4}$

۲ کدام دو شکل الزاماً متشابه نیستند؟

۱ هر دو مثلث قائم الزویه متساوی الساقین

۳ هر دو شش ضلعی منتظم

۲ هر دو لوزی که یک زاویه برابر داشته باشند.

۴ هر دو مستطیل

۳ در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است، طول AB برابر کدام است؟

۲ ۱۸

۱ ۱۵

۴ ۲۱

۳ ۱۲

۴ چه تعداد از عبارتهای زیر یک گزاره نیست؟

الف) مجموع زوایای خارجی هر مثلث 360° است.

ب) از هر نقطه خارج یک خط، حداقل دو خط به موازات آن می توان رسم کرد.

ج) نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم رس هستند.

د) عمود منصف های مثلث می توانند هم رس نباشند.

۴ سه

۳ دو

۲ یک

۱ صفر

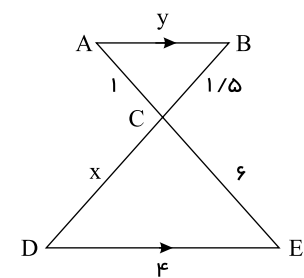
۵ در شکل مقابل $AB \parallel DE$ است. حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

۱ ۹

۲ $13\frac{5}{8}$

۳ ۴

۴ $9\frac{5}{8}$



۶ طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی متر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، $22\frac{5}{8}$ سانتی متر است. محیط مثلث دوم کدام است؟

۴ $103\frac{5}{8}$

۳ ۱۰۳

۲ $102\frac{5}{8}$

۱ ۱۰۲

۷ کدام گزینه صحیح است؟

۱ در استدلال استنتاجی از جزء به کل می رسیم.

۲ استدلالی که نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی است که درستی آنها را پذیرفته ایم، استدلال استنتاجی است.

۳ قضیه، نتایج مهم و کاربردی است که با استدلال استقرایی بدست می آوریم.

۴ عکس قضیه هم مانند خود قضیه درست است.



۸ کدام یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟

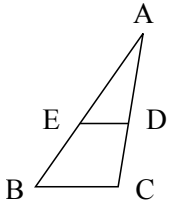
- ۱ مثلث‌های همنهشت، زاویه‌های نظیر مساوی دارند.
 ۲ زوایای مجاور هر متوازی‌الاضلاع مکمل یکدیگرند.
 ۳ در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویه رأس، ضلع مقابل آن را نصف می‌کند.
 ۴ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

۹ نقطه M به فاصله $1 + 2a$ از خط d قرار دارد. اگر هیچ نقطه‌ای به فاصله 7 از نقطه M روی خط d وجود نداشته باشد، a کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ ۱
 ۲ ۲
 ۳ ۳
 ۴ ۴

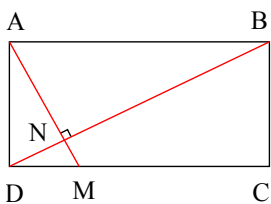
۱۰ در شکل مقابل $\angle B = \angle E$ و $AE = 8$ و $ED = 6$ و $BC = 9$ ، طول BE کدام است؟

- ۱ ۴
 ۲ ۴٫۲
 ۳ ۴٫۴
 ۴ ۴٫۶



۱۱ در مستطیل $ABCD$ چنانچه $AB = 2BC$ و $AM \perp BD$ ، آنگاه نسبت $\frac{AB}{DM}$ کدام است؟

- ۱ ۶
 ۲ ۸
 ۳ ۳
 ۴ ۴



۱۲ در دو مثلث متشابه نسبت دو ارتفاع متناظر $\frac{1}{4}$ است. اگر مساحت مثلث کوچکتر ۵ باشد، مساحت مثلث بزرگتر کدام است؟

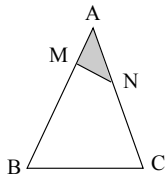
- ۱ ۱۰۰
 ۲ ۴۰
 ۳ ۲۰
 ۴ ۸۰

۱۳ کدام دسته از اعداد زیر نمی‌تواند اضلاع یک مثلث باشد؟

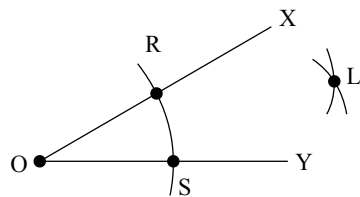
- ۱ ۳، ۲، ۱
 ۲ ۴، ۳، ۲
 ۳ ۵، ۴، ۳
 ۴ ۶، ۵، ۴

۱۴ اگر در مثلث زیر، $AB = 5AM$ و $AC = 3AN$ باشند، حاصل نسبت $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{5}$
 ۲ $\frac{3}{8}$
 ۳ $\frac{1}{8}$
 ۴ $\frac{1}{15}$



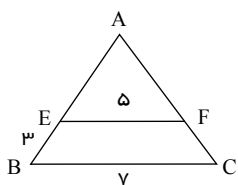
۱۵ در شکل مقابل سه کمان با شعاع‌های برابر، به مرکزهای O, R, S رسم شده است. کدام گزینه درست نیست؟



- ۱ OL نیمساز \widehat{XOY} است.
 ۲ از L به OY و OX به یک فاصله است.
 ۳ $OL = OR + OS$
 ۴ OL عمود منصف RS است.

۱۶ در شکل زیر، $EF \parallel BC$ است. طول AE کدام است؟

- ۱ ۶٫۵
 ۲ ۵٫۵
 ۳ ۶
 ۴ ۷٫۵

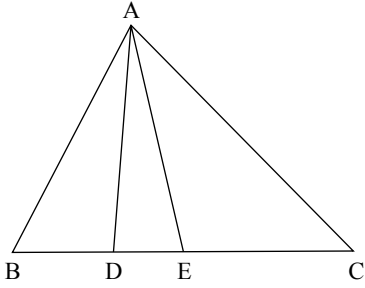


۱۷ در دو مثلث متشابه نسبت مساحت‌ها $\frac{4}{9}$ است. نسبت نیمسازهای زوایای درونی متناظر آنها کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{3}$
 ۲ $\frac{2}{3}$
 ۳ $\frac{4}{9}$
 ۴ $\frac{2}{9}$



۱۸ اگر در شکل زیر $EC = 2BD = 3DE$ باشد، آن گاه نسبت مساحت مثلث AEC به مساحت مثلث ABE کدام است؟



۲ $\frac{5}{6}$

۴ $\frac{3}{4}$

۱ $\frac{6}{5}$

۳ $\frac{4}{3}$

۱۹ کدام یک از اشکال زیر به طور منحصر به فرد رسم نمی شود؟

۲ مثلثی به طول اضلاع ۳ و ۴ و ۵

۱ متوازی الاضلاعی به طول قطرهای ۲ و ۳

۴ لوزی به طول ضلع ۵ و قطر ۶

۳ لوزی به طول قطرهای ۴ و ۶

۲۰ با داشتن حداقل چند نقطه روی محیط یک دایره می توانیم مرکز آن را به کمک خط کش و پرگار پیدا کنیم؟

۲ ۴

۳ ۳

۴ ۲

۵ ۱



پاسخنامه تشریحی

تناسب داده شده را طرفین وسطین می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$6(2a + 3b) = 5(3a + 2b) \Rightarrow 12a + 18b = 15a + 10b \Rightarrow 8b = 3a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{8}{3}$$

هر دو مستطیل دلخواه در حالت کلی متشابه نیستند چون ممکن است اضلاع نظیر متناسب نداشته باشند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

طبق قضیه تالس داریم:

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x}{2x-3} = \frac{x+2}{2x} \Rightarrow 2x^2 = 2x^2 + x - 6 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow AB = 15$$

گزاره یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد. بنابراین همه عبارتهای ذکرشده یک گزاره هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

به دلیل توازی AB و CD و مورب بودن AE و BD ، زوایای دو مثلث ABC و CDE با هم برابر خواهند بود و داریم:

$$\triangle ABC \sim \triangle CDE \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{CE}{AC} = \frac{DE}{AB} = \frac{CD}{BC} \rightarrow \frac{6}{1} = \frac{4}{y} = \frac{x}{1,5} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \times 1,5 = 9 \\ y = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = \frac{27}{2} = 13,5$$

در دو مثلث متشابه نسبت محیطها برابر نسبت اضلاع نظیر است. طبق فرض داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\text{محیط مثلث اول} = 7 + 5 + 11 = 23$$

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{a}{a'} \Rightarrow \frac{23}{22,5} = \frac{5}{a'}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = 103,5$$

گزینه ۱: در استدلال استقرایی از جزء به کل می رسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گزینه ۳: قضیه‌ها با استدلال استنتاجی ثابت می شوند.

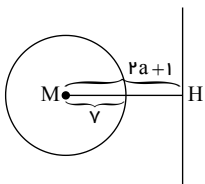
گزینه ۴: عکس قضیه ممکن است درست باشد یا نادرست.

قضیه‌ای را دو شرطی می گوئیم که خود قضیه و عکس آن، هر دو درست باشند، بنابراین، با بررسی گزینه‌ها در می یابیم که عکس قضیه مربوط به گزینه ۱ صحیح ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

نیست. زیرا اگر زاویه‌های نظیر در دو مثلث مساوی باشند، الزاماً دو مثلث هم نهشت نیستند بلکه با این وضعیت می توان ادعا کرد دو مثلث متشابهند نه هم نهشت.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

نقطی که از M به فاصله ۷ واحد قرار دارند روی دایره‌ای به مرکز M و شعاع $R = 7$ قرار دارند. برای این که هیچ نقطه‌ای روی خط d وجود نداشته باشد باید دایره خط مذکور را قطع نکند.



بنابراین داریم:

$$MH > R \rightarrow 7a + 1 > 7 \rightarrow a > 3 \rightarrow a = 4$$

گزینه ۴ یعنی قابل قبول است.

از برابری $\widehat{B} = \widehat{E}$ و طبق قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می گیریم که $ED \parallel BC$ ، لذا طبق قضیه تالس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

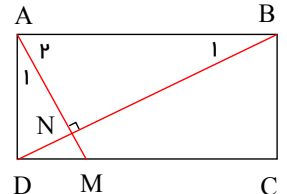
$$\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{8}{AB} = \frac{6}{9} \Rightarrow AB = 12 \Rightarrow BE = AB - AE = 12 - 8 = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

زاویه‌های A_1 و B_1 هر دو متمم A_2 هستند. پس داریم:

$$\begin{cases} \angle A = \angle D = 90^\circ \\ \angle A_1 = \angle B_1 \end{cases} \text{ دد } \Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle ADB$$

$$\Rightarrow \frac{DA}{AB} = \frac{DM}{AD} = AD^2 = AB \cdot DM \xrightarrow{AD = \frac{1}{2} AB} DM = \frac{1}{4} AB \Rightarrow \frac{AB}{DM} = \frac{4}{1}$$



همان طور که می دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت ارتفاع‌های متناظر (نسبت تشابه) است، بنابراین داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

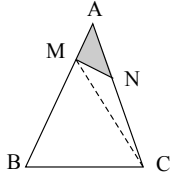


$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{S} = \left(\frac{4}{1}\right)^2 \Rightarrow S' = 16$$

با نامساوی مثلث که آشنایی دارید ($a < b + c$) اعداد گزینه ۱ در این نامساوی صدق نمی‌کنند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$3 = 2 + 1$$

اگر از رأس C به نقطه M وصل کنیم، دو مثلث AMN و AMC ارتفاع یکسانی خواهند داشت. بنابراین: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)



$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMC}} = \frac{AN}{AC} = \frac{AN}{3AN} = \frac{1}{3}$$

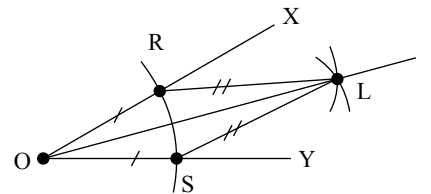
$$\frac{S_{\triangle AMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{5AM} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMC}} \times \frac{S_{\triangle AMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

از طرفی دو مثلث ABC و AMC نیز ارتفاع یکسانی خواهند داشت، پس:

بررسی سایر گزینه‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

$$\left. \begin{array}{l} OR = OS \\ RL = SL \\ OL = OL \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle ORL \cong \triangle OSL \rightarrow \widehat{ROL} = \widehat{LOS} \rightarrow \text{OL نیمساز } \widehat{XOY} \text{ است}$$



می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع آن به یک فاصله است پس L از OX و OY به یک فاصله می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} OR = OS \rightarrow \text{O روی عمودمنصف RS است} \\ RL = SL \rightarrow \text{L روی عمودمنصف RS است} \end{array} \right\} \text{OL عمودمنصف RS است}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

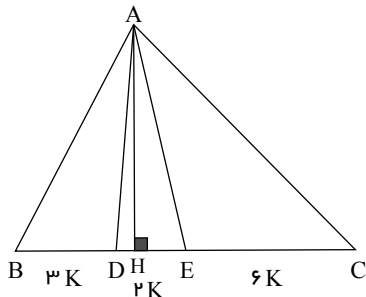
با توجه به شکل داریم:

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \rightarrow \frac{AE}{AE+3} = \frac{5}{7} \rightarrow 7AE = 5AE + 15 \rightarrow 2AE = 15 \rightarrow AE = 7.5$$

در دو مثلث متشابه نسبت نیمسازها همان نسبت تشابه است و می‌دانیم نسبت تشابه جذر نسبت مساحت‌ها است. بنابراین: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

$$\text{نسبت تشابه} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)



$$EC = 2BD = 3DE = 6k \rightarrow EC = 6k, BD = 3k, DE = 2k$$

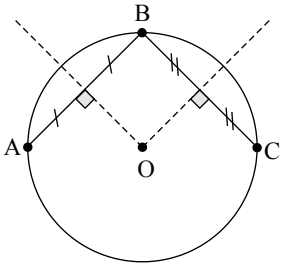
$$\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{EC}{BE} = \frac{6k}{5k} = \frac{6}{5}$$

بی‌شمار متوازی‌الاضلاع به طول قطرهای ۲ و ۳ قابل رسم است زیرا زاویه بین دو قطر می‌تواند تغییر کند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

عمودمنصف وترهای دایره از مرکز آن می‌گذرد بنابراین نقطه تقاطع عمودمنصف‌های دو وتر غیرموازی، مرکز دایره است و مانند شکل زیر حداقل به سه نقطه روی دایره نیاز داریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)



پرتو دانش



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴